1. はじめに

同時に複数の目的を追求する多目的最適化は最適構造設計の研究分野でも注目されている。その解は一般にトレードオフの関係にある解集合、すなわち Pareto 解集合を形成する。問題を構成する変数がすべて連続数の場合には、満足化トレードオフ法¹⁾によって選考解の選定を行うことができる。すなわち、各目的に対して設定した理想点および希求水準から各目的の満足度を算出し、その最大のものを最小化するという最適性規準（以後、Zmin 規準と呼ぶ）に基づく手続きを経て、結果的に各満足度が均一化された解として Pareto 解のひとつを得るものである。しかし、問題を構成する変数が離散変数である場合には Zmin 規準による解が必ずしも意思決定者を満足させる解とはならない場合もある。この難点を克服する一方法として対象とする多目的最適化問題の連続最適解が得られることを前提に満足度空間上において連続最適解が有する満足度と各離散解が有する満足度との偏差 N を最小にする離散解を最適解とする Nmin 規準が提案されている²⁾。さらに Nmin 規準が適用できない場合への対応として Nmin 規準に代わる最適性規準が提案され、離散的 2 目的最適化問題を対象としてその有効性が検討されている³⁾。

本研究では、Nmin 規準に代わる最適性規準の適用性を検討するために、非常にシンプルな離散的 2 目的最適化問題を拡張した 3 目的問題を対象とし、Nmin 規準による離散最適解を求め、先に提案されてきた種々の最適性規準による最適解との一致度を調査した結果について報告する。

2. 最適性規準の提示

本研究で検討対象とした最適性規準を式(1)～(5)に示す。ここに、 Z_i^d は i 番目の目的に対する離散解の満足度、 Z^c は連続最適解の満足度、 Z^w は Zmin 規準で得られた離散最適解の満足度の加重平均値、 Z_i^A は判定対象離散解の満足度の算術平均値、 Z^A は Zmin 規準で得られた離散最適解の満足度の算術平均値である。

$$Z = \max(Z_i^d) \quad (1)$$

$$N = \sum (Z^c - Z_i^d)^2 \quad (2)$$

$$L = \sum (Z^w - Z_i^d)^2 \quad (3)$$

$$S = \sum (Z_i^A - Z_i^d)^2 + L \quad (4)$$

$$B = \sum (Z^A - Z_i^d)^2 + L \quad (5)$$

3. 数値実験対象問題

本研究で模索する最適性規準は連続最適解が得られず Nmin 規準を用いることができない場合への適用を目指しているが、その適用性の検討には Nmin 規準による離散最適解との一致度の検証が必要である。ここでは式(6)に示すような 2 変数による 3 目的問題を設定し、数値実験

$$\text{目的関数: } P = \sqrt{(X_P - X)^2 + (Y_P - Y)^2} \rightarrow \min \quad (6a)$$

$$Q = \sqrt{(X_Q - X)^2 + (Y_Q - Y)^2} \rightarrow \min \quad (6b)$$

$$R = \sqrt{(X_R - X)^2 + (Y_R - Y)^2} \rightarrow \min \quad (6c)$$

$$\text{制約条件: } X \in (1, 2, \dots, 10), Y \in (1, 2, \dots, 10) \quad (6d, e)$$

を行う。式(6c)を除いた離散的 2 目的最適化問題は先の研究³⁾で検討対象とされた問題である。2 変数問題のため取扱い容易で、しかも 2 目的から 3 目的以上への拡張も簡単である。ここに、目的関数 P は任意の座標 (X_P, Y_P) の点と点 (X, Y) との距離を最小にするという目的を表しており、同様に目的関数 Q, R はそれぞれ任意の座標 (X_Q, Y_Q) および (X_R, Y_R) と点 (X, Y) の距離の最小化を意味する。決定すべき変数 (X, Y) は、それぞれ 1 から 10 までの整数とする。

4. 数値実験

(1)固定座標の設定： 目的関数 P, Q, R の固定座標を表-1 に示すように 4 Case 設定した。2 目的問題の場合³⁾との比較のために 2 目的問題の場合の 4 Case の固定座標も併せて示す。

(2)理想点の設定： 目的関数 P, Q, R はいずれも最小化を指向する関数であるため，満足度を算出する際の理想点 P_S, Q_S および R_S は $P_S = Q_S = R_S = 0.0$ とする。

(3)希求水準の設定： 目的関数 P, Q, R の希求水準 P_A, Q_A および R_A を数値実験パラメータとした。まず各 Case ごとに目的 P に対する希求水準 P_A と目的 Q の希求水準 Q_A をそれぞれ 1.0, 1.1, ..., 2.0 と 0.1 刻みに 21 通りずつ設定し， P_A と

Q_A の組合せに対して目的 R の希求水準 R_A を 1.0, 1.1, ..., 4.6 の範囲で変化させ，Pareto 解集合内に連続最適解が得られるもののみを検討対象とした⁴⁾。その結果，Case1 が 1918 組，Case2 は 1509 組、Case3 は 1226 組で、Case4 では 228 組が検討対象に該当した。なお，2 目的問題の場合には各 Case ごとに $P_A = 1.0, 1.1, \dots, 5.0$ (0.1 刻み)で 41 通り， $Q_A = 1.0, 1.1, \dots, 1.5$ (0.1 刻み)で 6 通りとし、すべての希求水準の組合せに対して連続最適解が求められるので 1Case あたりの検討対象数は 246 であった。

(4)各最適性規準による最適解探索と一致度調査：

連続最適解が存在する希求水準の組合せについて，別途求められた連続最適解のデータをベースとし⁴⁾、式(2)に示す N_{min} 規準による離散最適解を探索するとともに，式(1),(3)～(5)に示すそれぞれの最適性規準による最適解を求め（以下， X_{min} 規準による最適解を X_{min} 解と呼ぶ）， N_{min} 解と一致するか否かを判定する Spread Sheets 上のシステムを用いて一致度を調査する。

表-2,3 にそれぞれ 2 目的問題および 3 目的問題における N_{min} 解との一致率を Case および最適性規準ごとに示す。最適性規準ごとに一致率の平均値も併せて示す。2 目的問題では Z_{min} 解の一致率が低く， S_{min} 解および L_{min} 解の一致度が高いとい

う結果であった。3 目的問題でも同様の傾向が認められるが，全般に一致率が高くなっていることがわかる。しかし Z_{min} 解の一致率はかなり低い値であり，連続最適解を探索する場合に用いられる Z_{min} 規準が離散的最適解の探索では最適性規準として不適であることが再確認できた。これに対して， S_{min} 解は他の解に比較して平均値が最高を示し，しかも各 Case でも安定した一致率であり，2 目的問題と同様に良好な結果である。 B_{min} 解は、Case4 の場合に 100%の一致率で

あるが、Case2,3 では一致率が低い安定性に不安がある。 L_{min} 解の場合は、 B_{min} 解よりは安定的であるが S_{min} 解には及ばないことがわかる。本数値実験の結果から従来提案されてきた最適性規準が 3 目的問題でもかなりの精度で有効であるという感触を得ることができた。

参考文献 1) 亀廻井寿明ほか：構造最適設計のための改良型満足化トレードオフ法に関する研究，土木学会論文集，1992.1. 2) 三原徹治ほか：満足化トレードオフ法に基づく離散的 2 目的最適塑性設計に関する基礎的考察，構造工学論文集，1993.3. 3) 三原徹治ほか：離散的 2 目的最適化問題の最適性規準に関する再考察，第 8 回設計工学シンポジウム論文集，2003.12. 4) 相良栄作満足化トレードオフ法による 3 目的最適化問題の Pareto 解特性，平成 16 年度九州共立大学工学部土木工学科卒業研究概要集，2005.2.

表-1 設定した固定座標

	Case	X_P	Y_P	X_Q	Y_Q	X_R	Y_R
2 目的	1	7.6	3.3	2.3	8.4	-	-
	2	4.5	2.3	1.5	6.2	-	-
	3	1.5	6.2	1.0	1.0	-	-
	4	1.0	1.0	4.5	2.3	-	-
3 目的	1	7.6	3.3	2.3	8.4	1.0	1.0
	2	4.5	2.3	1.5	6.2	1.0	1.0
	3	7.6	7.6	1.5	6.2	1.0	1.0
	4	4.5	2.3	7.6	6.0	1.0	1.0

表-2 2 目的問題における N_{min} 解との一致率(%)³⁾

Case	Z_{min} 規準	B_{min} 規準	S_{min} 規準	L_{min} 規準
1	83.74	94.72	98.37	96.75
2	78.86	93.09	95.93	94.72
3	88.21	96.75	98.37	97.97
4	81.30	89.43	93.09	93.09
平均	83.03	93.50	96.44	95.63

表-3 3 目的問題における N_{min} 解との一致率(%)

Case	Z_{min} 規準	B_{min} 規準	S_{min} 規準	L_{min} 規準
1	84.78	99.17	99.17	98.91
2	82.92	95.56	97.35	95.43
3	76.02	93.56	93.64	94.37
4	99.56	100.00	99.56	99.56
平均	85.38	97.07	97.43	97.07