

## 1. はじめに

何らかの形で結びつけられるものの間で、情報がやり取りされる形をネットワークという。中でも情報網、電気回路網、人や物資を運ぶ輸送網などのネットワークを構成する辺に容量をあてはめたものをフローネットワークと呼ぶ。

本研究ではフローネットワークの最適な更新法として遺伝的アルゴリズム GA を用いた一方法を提示する。

## 2. 最適ネットワーク更新問題

最大流解析は情報網などを抽象化したフロー(容量)ネットワークを対象にして、フローネットワークに流すことができる最大流量を求める解法である。その解法アルゴリズムは種々提案されているが、本研究では Ford-Fulkerson 法を用いる。

あるフローネットワークの最大流より大きな流量を流したいとき、最も簡明な方法は入り口(ソース)と出口(シンク)を結ぶ新たな辺を付加し、その辺容量を流量の不足分に設定することである。しかし、フローネットワーク構造を変化させないという前提下では新たな辺の付加のような対処は不可能であり、適切に辺容量を増加させるしかない。

この問題解決のため趙らは論理的アルゴリズムを提示しているが、必要以上に多くの辺容量を増加させてしまうという難点が克服されていない<sup>1)</sup>。本研究では近似アプローチとしての遺伝的アルゴリズム GA を用いてフローネットワークの最適な変更解を求める一手法を提示する。

初期フローネットワークの最大流を  $F'_{\max}$ 、最大流の要求値を  $F_{req} (> F'_{\max})$ 、変更後のフローネットワークの最大流を  $F_{\max}$  とすると、3 者は  $F_{\max} \geq F_{req} > F'_{\max}$  の関係にある。フローネットワークの辺の総数を  $I$ 、辺  $i$  の初期辺容量を  $C'_i (i=1:I)$ 、増加量  $\Delta C_i (i=1:I)$  とすると、更新後の辺容量は  $C_i = C'_i + \Delta C_i (i=1:I)$  となる。このとき辺容量の増加量の総和  $MF = \sum \Delta C_i$  はネットワーク更新の優劣を示す重要な指標となる。ま

た、 $\Delta C_i > 0$  が割当てられる辺の総数  $ME$  も同様の指標となる。よってフローネットワークの最適更新問題は式(1)に示すような 2 目的最適化問題として定式化される。

式(1)は目的関数をスカラー化しなければ解くことができない。本研究では種々のスカラー化手法について検討し、式(2)のような積型のスカラー化関数を採用した。

Given: ネットワーク構造,  $C'_i (i=1:I)$ ,  $F_{req}$

Find:  $\Delta C_i (i=1:I)$

Object: Minimize ( $MF$ ) (1a)

Minimize ( $ME$ ) (1b)

Subject to:  $F_{\max} \geq F_{req}$  (1c)

Minimize ( $Obj = MF \times ME$ ) (2)

## 3. GA 適用のための定式化

(1) 線列構成：個体を表現する線列は通常 2 進数で構成されている。辺容量増量の最小値を 0、増分刻みを 1、最大値を  $\Delta C_i^{\max}$  とすると GA による最適化に必要な最適化対象辺  $i$  の 2 進数線列のサイズは  $\lceil \log_2 \Delta C_i^{\max} \rceil + 1$  (3) で算出される。ただし、 $\lceil \cdot \rceil$  はガウス記号である。

(2) 罰金関数：個体評価に用いる罰金関数  $PF$  は、 $\gamma =$  十分大きな定数(本研究では  $\gamma = 100.0$  に設定)とすると

$$PF = Obj + \max \{0, \gamma(F_{req} - F_{\max})\} \quad (4)$$

と定式化される。制約条件を満たす個体では第 2 項が 0 で  $PF = Obj$  である。そうでない個体ではたとえ  $Obj$  値が小さくとも第 2 項が大きく、 $PF$  値も大きくなる。

(3) 最適化対象からの除外ルール

最適化計算において、最大流最小カット定理からボトルネックの辺容量の変更が優先されることは明らかである。しかし、ボトルネックの辺は複数存在し、どの辺容量を増加させるのが効果的かを前もって知ることはできない。また、辺容量の変更によって初期フローネットワークのボトルネックのほかにボトルネックが出現することも容易に推察される。これらの現象に柔軟に対応できるようにするためにはボトルネッ

クの性質を利用することを諦めて、フローネットワークを構成するすべての辺を最適化の対象とせざるを得ない。

しかし、最大流解析の特性から以下の3ルールに該当する辺は、最適化の対象から除外することができる。

**ルール1:** すべての辺のうち  $C'_i \geq F_{req}$  を満足する辺。

**ルール2:** すべての辺のうち  $C'_i \geq \max(F'_j) + \mu$  を満足する辺。

ただし  $F'_j$  = 最大流解析におけるルート j の流量、

$$\mu = \min(F_{req} - F'_{\max}, \Delta C_i^{\max}),$$

$\Delta C_i^{\max}$  = 辺 i の辺容量増分量の最大値。

**ルール3:** 最大流解析でルート j 上に出現した辺のうち  $C'_{ionj} \geq F'_j + \mu$  を満足する辺。

#### 4. 数値計算例

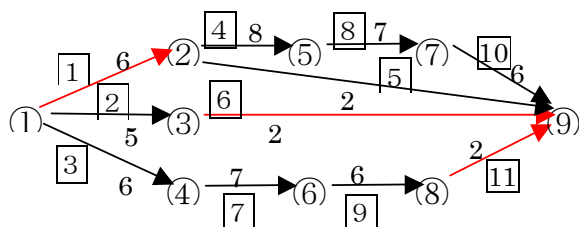


図-1 初期ネットワーク図

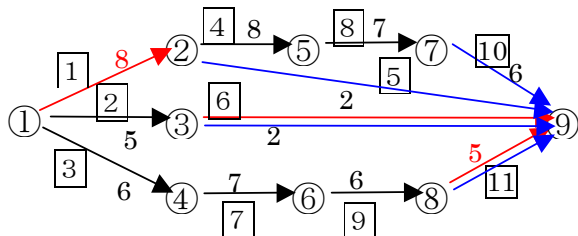


図-2 更新ネットワーク図

図-1 のように初期フローネットワークを設定する。数字は辺容量、○数字はノード番号、□数字は辺番号である、①をソース、⑨をシンクとすると、4本のルートが現れる。辺番号 ②→⑥で流量2、③→⑦→⑨→⑪で流量2を流せることがわかる。①→④→⑧→⑩と①→⑤の2つのルートは、6と0、5と1と4と2のいずれかの流量が流れるが、いずれにしても流量は6であり、流量の総計10が最大流である。このときのボトルネックは①、⑥、⑪の3辺である。

初期フローネットワークの最大流  $F'_{\max} = 10$  であるから、これより大きい  $F_{req} = 15$  を要求値とする。最適化の対象となるすべての辺の辺容量の増分値  $\Delta C_i = 0, 1, 2, \dots, 7$  とする。この

ときの組合せ総数 =  $8^{11} \div 85.9$  億である。1回の最大流解析時間を0.001秒とかなり短目に仮定しても、 $85.9 \text{ 億} \times 0.001 \text{ 秒} \div 99.4$  日という膨大な時間が従来の列挙法では必要となる。

そこで限定列挙法<sup>2)</sup>を使用したところ、時間短縮をさせることができ、6組の同値の最適解を表-1に示すように探索することができた。要した計算時間は約2時間であった。

表-1 限定列挙法による最適解

|   | ① | ②-⑤ | ⑥ | ⑦-⑩ | ⑪ |
|---|---|-----|---|-----|---|
| A | 0 | 0   | 1 | 0   | 4 |
| B | 0 | 0   | 2 | 0   | 3 |
| C | 0 | 0   | 3 | 0   | 2 |
| D | 1 | 0   | 0 | 0   | 4 |
| E | 2 | 0   | 0 | 0   | 3 |
| F | 2 | 0   | 3 | 0   | 0 |

図-2、表-1で示すように、辺容量が変更された辺は①、⑥、⑪で、ボトルネックは①、⑤、⑥、⑩、⑪の5辺である。

次に、交配個体選択 GA (scs GA)<sup>3)</sup>による最適化計算を行った。用いた計算パラメーターは、人口数=200、交配個体数=20, 21, ..., 40 (21 ケース)、計算世代数=50、突然変異発生確率  $P_m = 0.2, 0.3$  (2 ケース) である。合計 42 ケースのうち、 $P_m = 0.2$  では 14 ケースで、 $P_m = 0.3$  では 19 ケースで表-1に示す6組の同値の最適解のいずれかが得られた。合計 42 ケースの計算時間は約1分程度であり、scs GAによる最適化計算は最適解探索能力が高いのみならず、計算効率の面からもこの種問題の解法として有用であることが確認できた。

#### 5. おわりに

今回のフローネットワークは小規模であったため最適解を探索するのは簡単であったが、これより大きなフローネットワークを取扱った場合、どれだけの精度で最適解が求まるのかを今後の課題としたい。

**参考文献** 1) 王京, 趙華安: 最大流制約のネットワーク最適法, 電子情報通信学会全国総合大会講演論文集, A-1-19, 2005. 3.

2) 三原徹治, 千々岩浩巳: 解特性に着目した離散的2目的最適塑性設計法に関する一考察, 構造工学論文集, Vol. 40-A, 1994. 3.

3) Mihara, T., Chijiwa, H. and Ohta, T.: On the efficiency of GA with selecting the crossing strings for the Discrete Optimal Problems, Proceedings of International Symposium on Optimization and Innovative Design, #105, 1997. 7.