

1. はじめに

異なる大きさの長方形ブロックを重ねることなく敷き詰め、それらをすべて包含する長方形の大きさを最小にするという矩形パッキング問題がある．この問題を遺伝的アルゴリズム GA のような手法を用いて解決するためには、「部屋割り」をコンピュータで取扱えるデータとして表現することが必要である．本研究では比較的少ない情報量で「部屋割り」を表現する Quarter State Sequence (Q-Sequence) ¹⁾ をさらに簡明な 0/1 数列で表現する一方法を提示する．

2. Q-Sequence による部屋割り

全 NB 個の長方形ブロック（それぞれの辺長は A_i, B_i , 面積 $S_i = A_i B_i$ ）を重ならないように配置したとき，すべてを包含する長方形の辺長を A_0, B_0 ，面積を $S_0 = A_0 B_0$ とする．包含する長方形の面積 S_0 が最小となるような全 NB 個の長方形ユニットの最適配置を求める問題を矩形パッキング問題という．その原問題は式 (1) のように定式化されるが，長方形ブロックの配置には「ある 1 つの長方形ブロックが入る部屋の配置」と「各部屋への長方形ブロックの割当て」という 2 つの手順を必要とする．

Q-Sequence の特徴は「すべての部屋の名前と 2 種類の記号からなる順列で部屋の配置を表現する」，「任意の部屋配置→Q-Sequence の一意のコード化が可能」，「任意の Q-Sequence→部屋配置の一意のデコード化が可能」ということである．

各部屋の番号は阿部順序 ²⁾ でつけられ，まず左上の部屋に「1」をつけ，次にこの部屋の右下隅の可移動線分（主セグと呼ぶ）に着目し，もし主セグが 水平(垂直)であれば主セグの向こう側の一番下(右)の部屋に「2」をつける．同じ手順で，図-1 のように最後の右下の部屋まで番号をつけていく．

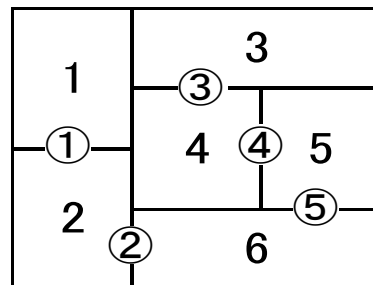


図-1 6部屋の配置例

図-1 に示す 6 部屋の配置例について Q-Sequence を具体的に説明する．図において，数字は阿部順序に従う部屋名，○数字で示すセグは対応する部屋の主セグである．部屋の Q-State は部屋の主セグが垂直（水平）のとき，部屋番号と符号 R (B) を並べた順列である．ただし，部屋の順序を阿部順序によって与えるために，符号の添字は大きいものから小さいものとする．図-1 では，各部屋の Q-State は上壁：W_TB₃B₁，左壁：W_LR₂R₁，部屋 1：1 B₂，部屋 2：2 R₆R₄R₃，部屋 3：3 B₅B₄，部屋 4：4 R₅，部屋 5：5 B₆，部屋 6：6 となる．よって図-1 の部屋割りの Q-Sequence は B₃B₁ R₂R₁ 1 B₂ 2 R₆R₄R₃ 3 B₅B₄ 4 R₅ 5 B₆ 6 となる．

なお Q-Sequence であるための必要十分条件は次の 2 条件である

条件 1：Q-Sequence の中で，任意の部屋 a に対して，R_a と B_a はそれぞれの部屋番号の直前にどちらかが登場する．2 つの部屋の間には 1 個以上の R または B が登場する．

条件 2：「カッコ対応性」カッコ対応性とは，Q-State を部屋番号順に並べたときに B のカッコ同士または R のカッコ同士が交わらないようになっていることである．例えば $j < k$ のときに次のような並びは存在しない．
.....R_j.....R_k.....B_j.....B_k.....

3. 0/1 数列から Q-Sequence

GA による最適化における線列として利用する 0/1 線列を構成する．このとき「任意の 0/1

線列→Q-Sequence の一意の変換を可能にする」, 「できるだけ Q-Sequence の必要十分条件を満足できない線列 (致死遺伝子) を発生させない」, 「できるだけ 0/1 線列の線列長を短くする」を構成の狙いとする。

Q-Sequence を表現する 0/1 数列の具体例を図-1 の配置例について図-2 に示す。先頭の 5 ビットは部屋 1~5 の主セグの向きを 0→水平, 1→垂直と対応させて決めるものである。これは部屋番号 2~6 の直前の符号を, 0→B, 1→R と対応させることと同じ意味であるので, 図-3 に示すように部屋番号とその直前の符号が決定される。

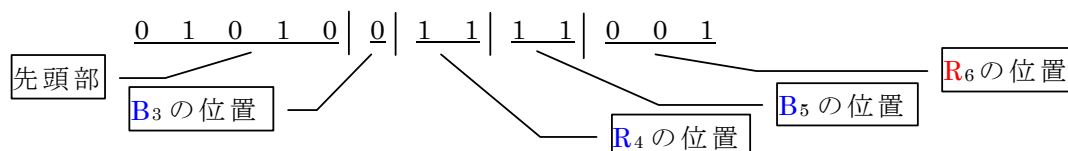


図-2 13 ビットの 0/1 数列例

R₁ 0 B₁ 1 B₂ 2 R₃ 3 B₄ 4 R₅ 5 B₆ 6

図-3 部屋名とその直前の符号

部屋番号 1 は必ず左壁上壁に接する位置にくるため Q-Sequence では省略することができる。部屋番号 2~6 までの決まっていない B, R を決めるために図-3 のように 0, 1, ..., 5 とセクションを想定する。0 のセクションは上壁および左壁の Q-State に相当するので B も R も入ることができる。それ以外のセクションには異なる種類の符号が登場してはならない。残りの符号は部屋番号より左側のセクションに入らなくてはならない。このことから部屋番号 2 の残りの符号は必ず 0 のセクションに入る。部屋番号 3 の場合残りの符号が B であるから, 0, 2 が候補である。このとき与えられた 0/1 数列が 0 なので 0 のセクションに残りの符号 R₃ を入れる。

部屋番号 4, 5, 6 の残りの符号を決定させるためには案内テーブルが必要である。案内テーブルから入ることが可能なセクションを導き, 与えられた 0/1 数列から入るセクションを決定する。部屋番号 4 の場合, 残りの符号が R なので表-1 に示すように可能セクションは 0, 1 の 2 つだけである。0/1 数列は “11” で 10 進数で表すと 3 であるから $\text{mod}_2(3) = 1$ よりセクション 2 に R₄ を入れる。部屋番号 5, 6 についても同じように案内テーブルを作成し, それによって残りの符号を入れるセクションを決定していく。最終的に 1 B₂ 2 R₆ R₄ R₃ 3 B₅ B₄ 4 R₅ 5 B₆ 6 という Q-Sequence が得られる。

表-1 部屋番号 4 の案内テーブル

付与する 符号の種類	可能セク ションの総数	可能セク ションの名前	
B	2	0	1
R	2	0	2

以上のように任意の 0/1 数列から Q-Sequence を一意に構成することができる。ランダムな 0/1 を Q-Sequence に変換した例を表-2 に示す。

表-2 部屋数 6 の場合のランダムな 0/1 数列→Q-Sequence 変換の一例 (壁の Q-State は省略)

1000100010111→1R ₂ 2B ₃ 3B ₄ 4B ₆ 5R ₆ 6	1100100010110→1R ₂ 2R ₃ 3B ₄ 4B ₅ 5R ₆ 6
1010100010110→1R ₂ 2B ₃ 3R ₅ 4B ₅ 5R ₆ 6	1001100010110→1R ₂ 2B ₃ 3B ₅ 4R ₅ 5R ₆ 6
1000000010110→1R ₂ 2B ₃ 3B ₄ 4B ₅ 5B ₆ 6	1000110010110→1R ₃ 2B ₆ 3B ₄ 4B ₅ 5R ₆ 6

4. おわりに

本研究により GA で矩形パッキング問題を解くための線列を構成することができた。「各部屋への長方形ブロックの割当て」を付加して具体例へ適用することが今後の課題である。

参考文献 1) 坂主圭史: ブロック配置の位相関係を表現する様々なデータ構造とその応用, 東京工業大学博士論文, 2002.3. 2) 安部道雄: 正方形の内部を総て異なる有限個正方形で隙間なく一重に覆う問題に就いて, 日本数学会誌, 第 4 巻, 第 4 号, pp.359-366, 1930.12