TETRA 法による矩形パッキング問題の解法

03A3707　大澤　育幸
指導教員　三原　徹治

１．はじめに

異なる大きさの長方形ブロックを重ねることなく敷詰め，それらすべてを包含する長方形（囲方形）の大きさを最小にするという矩形パッキング問題は最適配置問題の最も基礎となるものである．この問題は NP 完全であるため，その最適解を確実に得ることができる解析的な最適化解法は発見されておらず，種々の近似最適化手法の適用が試みられている．趙，三原らも遺伝的アルゴリズム GA による矩形パッキング問題の一解法を提示した[1)]．その方法は，後述するように「部屋配置」を表わす Quarter State Sequence（Q-Sequence）[2)]をベースとするものであり，優れた汎用性を有するが計算効率の点で大きな問題を抱えるものである．

本研究では，最適化ツールとして GA を用いることを前提として，汎用性を少々犠牲にしても計算効率を追及する方法として簡便な配置オペレーションによる一解法を提示する．

２．矩形パッキング問題の定式化

全 NB 個の長方形ブロックのそれぞれの辺長を A_i ,B_i （面積 $S_i = A_i B_i$），囲方形の辺長を A_0 ,B_0，面積を $S_0 = A_0 B_0$ とすると，矩形パッキング問題の原問題は S_0 の最小化問題となる．本研究で用いる最適化ツールの scsGA は基本的に最大化問題を対象とする手法であるので，最小化問題を最大化問題に変換するとともに，その値をブロックの大きさや数によらず 0.0～1.0 の範囲の値として最適化計算を容易にするため，配置されるすべてのブロックの面積の総和に対する囲方形面積の比 R を導入して式(1)のように変換する．

Given : A_i ,B_i $\left(S_i = A_i B_i\right)$ $\left(i = 1 : NB\right)$

Find : A_0 ,B_0

Object : $$\text{Maximize}\left[\, R = \frac{\sum_{i=1}^{NB} S_i}{S_0} = \frac{\sum_{i=1}^{NB} A_i B_i}{A_0 B_0} \,\right] \tag{1}$$

$$NB - 1 + \sum_{k=3}^{NB} INT\left[\log_2 \left(k - 2\right) + 1\right] \tag{2}$$

３．Q-Sequence をベースとする解法（Q-S 法）

Q-S 法では，ある配置の R 値は以下の４段階の手続を経て算出される．

[1] 0/1 線列から Q-Sequence へ変換し，全 NB 個の部屋割りを決定する（必要な 0/1 線列サイズは式(2)）．

[2] 全 NB 個の長方形ブロックを全 NB 個の部屋に重複・欠落がないよう割当てる．

[3] 各部屋に割当てられた長方形ブロックの向き（縦置きか横置きか）を決定する．

[4] 囲方形の辺長 A_0 ,B_0 のそれぞれをクリティカルパス法により求め，式(1)によって R を算出する．

Q-Sequence をベースとしている Q-S 法は，可能なすべての配置を表現することができるという利点を有する反面，複雑な多段階手続きが必要で，しかもそれぞれの手続の計算量も比較的大きいという問題点があり，NB が大きく組合せ総数が莫大になるような場合への現実的対応が困難となる．

４．簡単な配置オペレーションによる解法（TETRA 法）

すべての可能配置を表現するということを犠牲にするものの計算効率を高める解法として，4 種類だけの簡便な配置オペレーションによる解法（TErse TRAnsposition 法，TETRA 法）を提示する．その手順は以下の様である．

[1] 全 NB 個の長方形ブロックに配置順序と向き（0：そのまま，1：90°回転）を与える．

[2] 上壁と左壁を固定し，上壁に X 軸（右向きに正）、左壁に Y 軸（下向きに正）を設定し，１番目のブロックは上壁および左壁に接するように（もっとも左上の位置に）配置する．

[3] k 番目のブロックの配置オペレーションは，以下の 4 通りのみとする（図-1 参照）．

⓪ (k-1)番目のブロックの直右で，(k-1)番目と k 番目のブロックの上辺が一致するように配置．

① (k-1)番目のブロックの直下で，(k-1)番目と k 番目のブロックの左辺が一致するように配置．

② 既配置領域の直右で，上壁に接するように配置.

③ 既配置領域の直下で，左壁に接するように配置.

※ 既配置領域＝(k-1)番目までのブロックが配置されている領域を包含する最も小さな矩形領域.

TETRA 法では，全 *NB* 個の長方形ブロックを配置した時点の既配置領域が囲方形に相当するので，あらためて囲方形の辺長を求める必要はなく直接式(1)によって *R* を算出することができる．また，配置を表現する 0/1 線列サイズは $2(NB-1)$ (3) であり，式(2)に示す Q-S 法より格段に小さくてすむ.

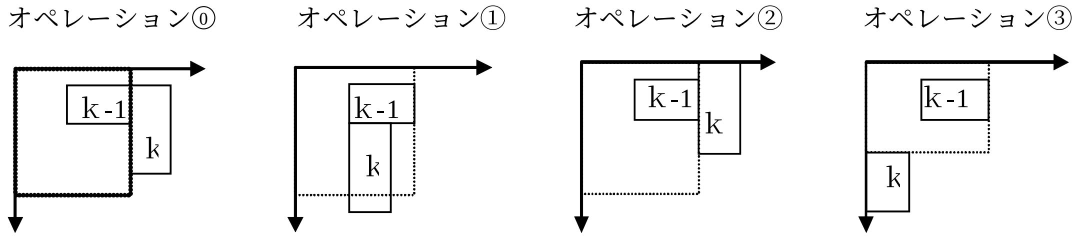

図-1 TETRA 法の配置オペレーション

5. 数値実験

矩形パッキング問題のベンチマークテストとして有名な ami33 を対象として数値実験を行った.

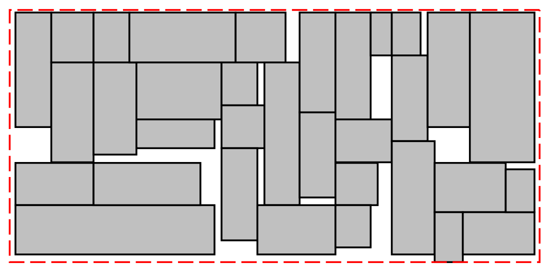

図-2 Q-S 法による最良解

Q-S 法では人口数 N_P＝10000，交配個体数 N_S＝1000～2000(1 刻みの 2001 ケース)，突然変異発生確率 Pm＝0.2～0.9(0.1 刻みの 8 ケース)，計算世代数 N_G＝100 の scsGA パラメータを用い，N_S＝1162，Pm＝0.5 のときに最良解 *R* ＝ 91.2 % が得られた．配置図を図-2 に示す（図-2,3 において［破線枠］は囲方形を示す).

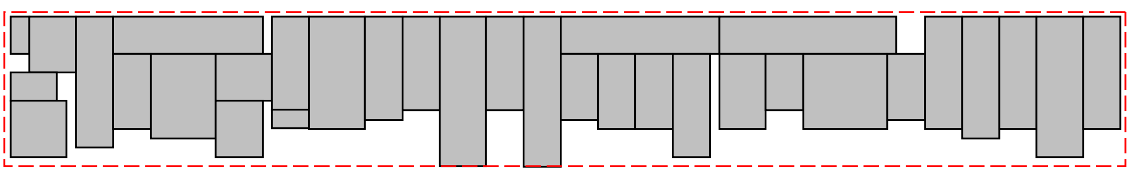

図-3 TETRA 法による最良解

TETRA 法では N_P＝2000，N_S＝200～400(1 刻みの 201 ケース)，N_G＝200，Pm＝0.2～0.9(0.1 刻みの 8 ケース)の scsGA パラメータを用い，N_S＝213，Pm＝0.7 のときに最良解 *R* ＝85.8%が得られた．得られた *R* 値は Q-S 法より 5.4%劣悪な値であるが，scsGA の配置に関する線列サイズは 64 と Q-S 法の 161 に対して約 40%しか必要とせず，その結果，計算効率が Q-S 法の 1/25 以下であることを考慮すれば十分に実用的な解が得られていると評価することができる.

図-3 に示す配置図は図-2 と比較してかなり横長なものである．TETRA 法ではすべての可能な配置を表現することができない影響と考えられる．ami33 を対象とした過去の研究では *R* 値の大きい，すなわち優れた配置として正方形に近い配置が報告されていることから図-3 の配置は必ずしも良い配置と評価することはできないが，長方形ブロック同士の隣接配置情報を与えていると評価することができる.

6. おわりに

本研究では 4 種類だけの簡便な配置オペレーションを用いた TETRA 法を提示した．従来の Q-S 法に比べると汎用性が犠牲となるが計算効率が大幅に改善され，実用的な解法であることを確認した.

参考文献 1) H.A.Zhao,T.Mihara et.al.:VLSI Floorplanning with Boundary Conditions Using Genetic Algorithms, Proceedings of the 2nd International Conference on Natural Computation and 3rd International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery, 2006.9. 2)坂主圭史:ブロック配置の位相関係を表現する様々なデータ構造とその応用,東京工業大学博士論文,2002.3.